

一般物理学 練習問題

～電磁気学～

略解 例題01 - 20

例題-01

$$|\vec{F}| = 2.3 \times 10^{-12} \text{ [N]}$$

引力 (有効数字は2桁)

例題-02

$$|\vec{F}| = 58 \text{ [N]}$$

斥力 (有効数字は2桁)

例題-03

1. 作図: 略

$$2. f = k \frac{Qq}{x^2 + d^2}$$

$$3. F = \frac{2kQqx}{(x^2 + d^2)^{3/2}}$$

$$4. x = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

例題-04

$$(1) F_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{e}{x^2} - \frac{4e}{(a-x)^2} \right\}$$

$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ を k として表しても可

例題-04

$$(2) x = \frac{a}{3}$$

$$(3) q = -\frac{4}{9}e$$

例題-05

$x \ll L$ なので $\tan \theta \approx \frac{x}{2L}$ の近似を用いる

$$x \approx \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$

クーロン定数を k で表すなら

$$x \approx \left(2k \frac{q^2 L}{mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$

例題-06

$$(1) E = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}$$

(2) $R_1 < R_2$ とすると

$$V_{R_1 \rightarrow R_2} = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{R_2}{R_1}$$

例題-07

$$(1) E_Z = \frac{\rho R Z}{2\epsilon_0 (R^2 + Z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$(2) V = \frac{\rho R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + Z^2}}$$

例題-08

$$(1) E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$(2) V = -\frac{\sigma a}{2\epsilon_0}$$

例題-09

$$(1) E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

$$(2) E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

(3) 略

例題-10

$$(1) E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

$$(2) E(r) = 0$$

(3) 略

例題-11

$$E_z = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}$$

例題-12

$$(1) E_z = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 z}$$

$$(2) E_z = 0$$

例題-13

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

例題-14

$$(2) i = 3.2 \times 10^5 \text{ [A/m}^2\text{]}$$

$$(3) I = 0.25 \text{ [A]}$$

例題-15

レポート課題対象につき省略

例題-16

$$(1) V = RI(t) + \frac{Q(t)}{C}$$

$$(2) I(0) = \frac{V}{R}$$

$$(3) Q(\infty) = CV$$

(4) 作図：略
原点での傾き $\frac{V}{R}$

例題-17

$$(1) V = RI(t) + \frac{Q(t)}{C}$$

$$(2) I(0) = -\frac{V}{R}$$

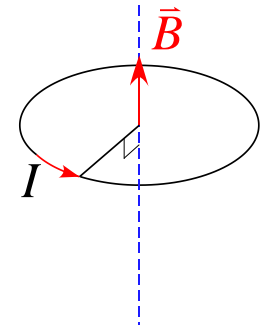
$$(3) Q(\infty) = CV$$

(4) 作図：略
原点での傾き $-\frac{V}{R}$

例題-18

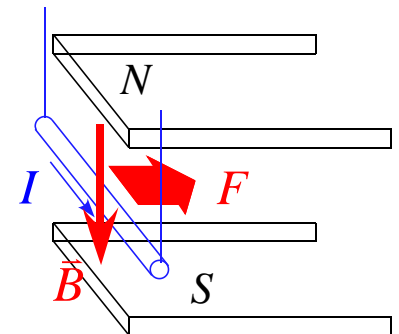
S極

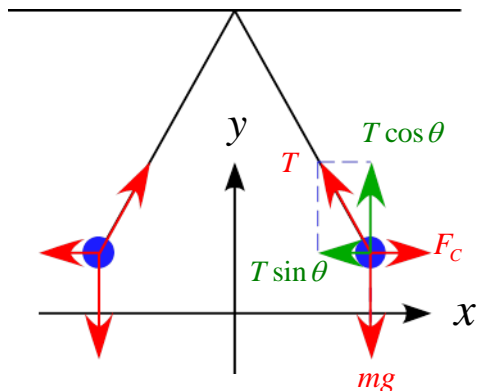
例題-19



例題-20

(1, 2)





運動方程式は

$$ma_x = F_C - T \sin \theta$$

$$ma_y = T \cos \theta - mg$$

静止しているので $a_x = 0, a_y = 0$

$$0 = F_C - T \sin \theta$$

$$0 = T \cos \theta - mg$$

従って、

$$T \sin \theta = F_C$$

$$T \cos \theta = mg$$

$$\frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{F_C}{mg}$$

$$\tan \theta = \frac{F_C}{mg}$$

ここで F_C は

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2}$$

である。

また、 θ が十分に小さいので $x \ll L$ となり

$$\tan \theta = \frac{\frac{x}{2}}{\sqrt{L^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}}$$

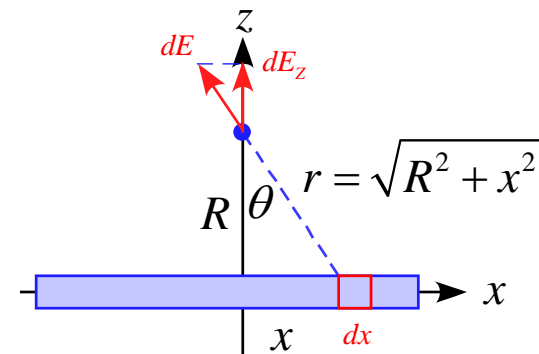
$$= \frac{\frac{x}{2}}{L\sqrt{1 - \left(\frac{x}{2L}\right)^2}} \approx \frac{x}{2L}$$

従って、

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{x^2} = \tan \theta \approx \frac{x}{2L}$$

$$x^3 \approx \frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}$$

$$x \approx \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$



(1)

微小部分の電荷は

$$dQ = \rho dx$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2}$$

である。

対称性により、 x 成分は打ち消しあうので z 成分だけ計算すればよい。

z 成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2} \cdot \cos \theta$$

ここで

$$x = R \tan \theta \quad r = \frac{R}{\cos \theta}$$

$$dx = \frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta$$

であるから

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho dx}{r^2} \cdot \cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho}{\left(\frac{R}{\cos\theta}\right)^2} \cdot \cos\theta \frac{R}{\cos^2\theta} d\theta$$

$$= \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\theta d\theta$$

従って、全電場は

$$E_z = \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}$$

(2)

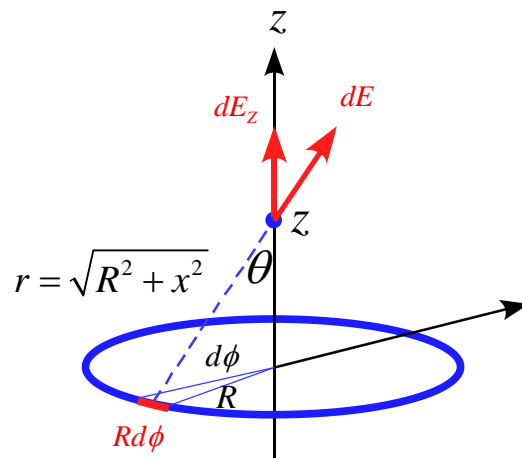
$$V_{BA} = \int_{R_1}^{R_2} E_z dz$$

$$= \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 z} dz$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{z} dz$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} (\log R_2 - \log R_1)$$

$$= \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0} \log \frac{R_2}{R_1}$$



(1)

微小部分の電荷は

$$dQ = \rho R d\phi$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2}$$

である。

対称性により、z成分だけ計算すればよい

z成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2} \cdot \cos\theta$$

ここで

$$\cos\theta = \frac{z}{r}$$

であるから

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r^2} \cdot \frac{z}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} d\phi$$

従って、全電場は

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R z}{r^3} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{\rho R z}{2\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

(2)

微小部分による電位は

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R d\phi}{r}$$

である。

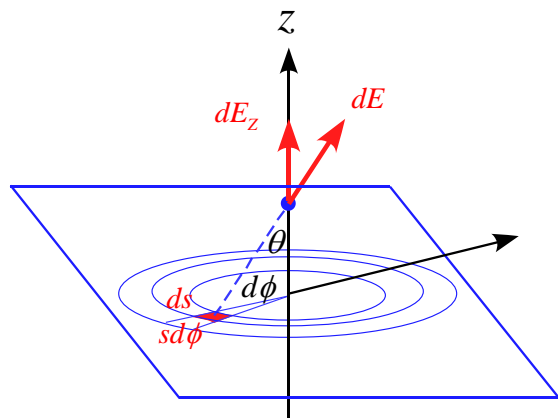
従って、電位は

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R}{r} \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho R}{r} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{\rho R}{2\epsilon_0 r}$$

$$= \frac{\rho R}{2\epsilon_0 \sqrt{R^2 + z^2}}$$



(1)
微小部分の電荷は

$$dQ = \sigma sd\phi ds$$

である。

よって、微小部分が作る電場は

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma sd\phi ds}{r^2}$$

である。

対称性により、z 成分だけ計算すればよい

z 成分の電場は

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma sd\phi ds}{r^2} \cdot \cos\theta$$

ここで

$$s = a \tan\theta \quad r = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$ds = \frac{a}{\cos^2\theta} d\theta$$

であるから

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma a \tan\theta d\theta \frac{a}{\cos^2\theta} d\theta}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right)^2} \cdot \cos\theta$$

$$= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \sin\theta d\theta d\phi$$

従って、全電場は

$$E_z = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} 2\pi [-\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

(2)
電位は

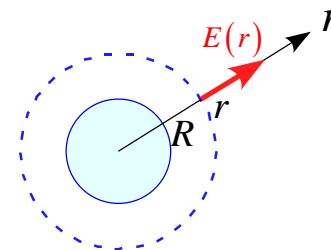
$$V_{BA} = \int_a^0 E_z dz$$

$$= \int_a^0 \frac{\sigma}{2\epsilon_0} dz$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_a^0 dz$$

$$= -\frac{\sigma a}{2\epsilon_0}$$

(1)
 $r \geq R$

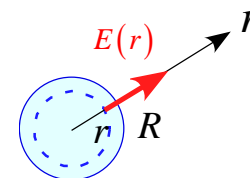


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r^2}$$

(2)
 $r \leq R$

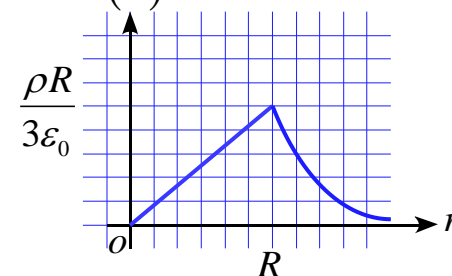


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$$

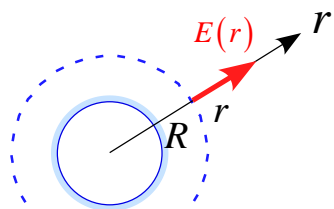
$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

(3) $E(r)$



解説 - 10

(1)
 $r \geq R$

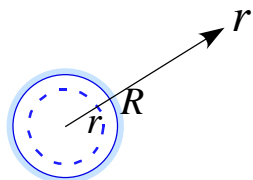


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_s \sigma dS$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi R^2 \sigma$$

$$E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

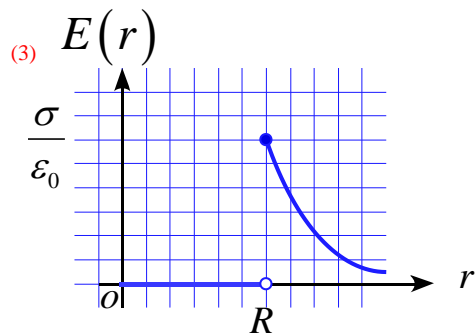
(2)
 $r < R$



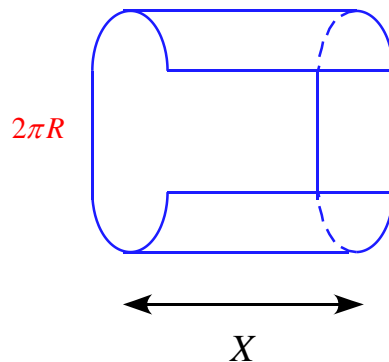
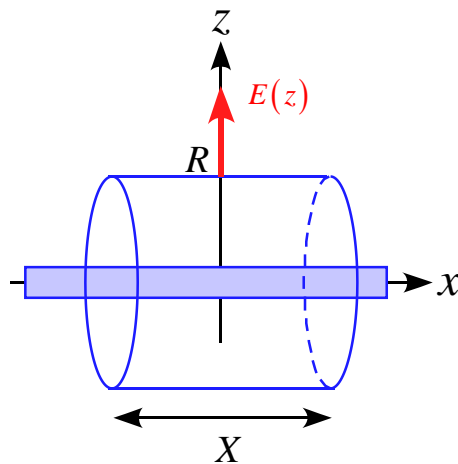
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_s \sigma dS$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0$$

$$E(r) = 0$$



解説 - 11



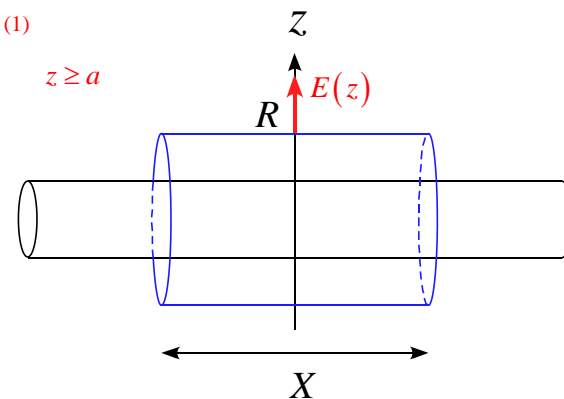
$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_l \rho dl$$

$$E(z) \cdot 2\pi R X = \frac{1}{\epsilon_0} \rho X$$

$$E(z) = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 R}$$

解説 - 12

(1)
 $z \geq a$

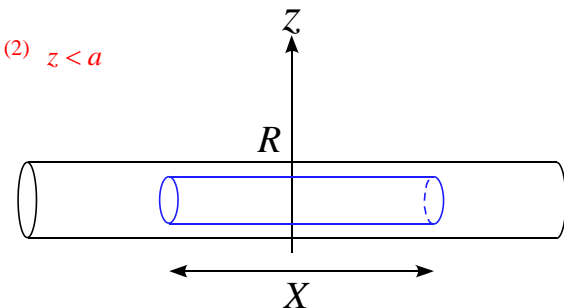


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_l \rho dl$$

$$E(z) \cdot 2\pi z X = \frac{1}{\epsilon_0} \rho X$$

$$E(z) = \frac{\rho}{2\pi\epsilon_0 z}$$

(2) $z < a$

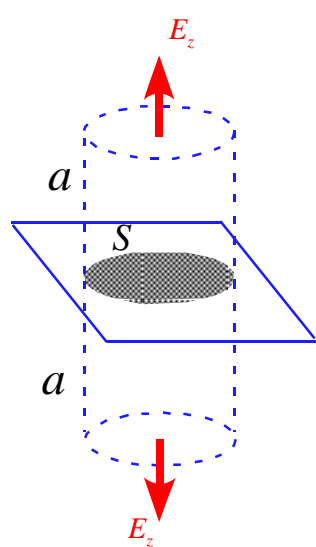


$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_l \rho dl$$

$$E(z) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0$$

$$E(z) = 0$$

解説 - 13



$$\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_s \sigma dS$$

$$2E_z \cdot S = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma S$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

解説 - 14

(1)

$$i = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2} = \frac{1A}{3.14 \times (0.001m)^2}$$

$$= 3.18 \times 10^5$$

$$\approx 3.2 \times 10^5 \text{ A/m}^2$$

(2)

$$I_0 = iS = (3.2 \times 10^5 \text{ A/m}^2) \times (3.14 \times (0.0005m)^2)$$

$$= 0.25A$$

解説 - 16

(2)

回路方程式において $t=0$ の時 $Q(0)=0$ より

$$RI(0) + \frac{Q(0)}{C} = V$$

$$RI(0) + \frac{0}{C} = V$$

$$I(0) = \frac{V}{R}$$

(3)

回路方程式において $t=\infty$ の時

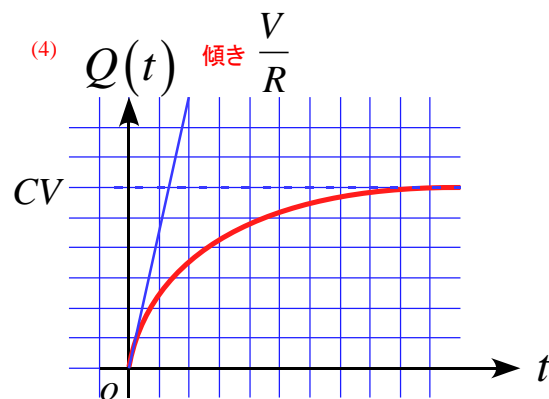
$$I(\infty) = \frac{dQ}{dt} = 0$$

より

$$RI(\infty) + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$R \cdot 0 + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$Q(\infty) = CV$$



解説 - 17

(2)

回路方程式において $t=0$ の時 $Q(0)=2CV$ より

$$RI(0) + \frac{Q(0)}{C} = V$$

$$RI(0) + \frac{2CV}{C} = V$$

$$I(0) = -\frac{V}{R}$$

(3)

回路方程式において $t=\infty$ の時

$$I(\infty) = \frac{dQ}{dt} = 0$$

より

$$RI(\infty) + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$R \cdot 0 + \frac{Q(\infty)}{C} = V$$

$$Q(\infty) = CV$$

(4)

