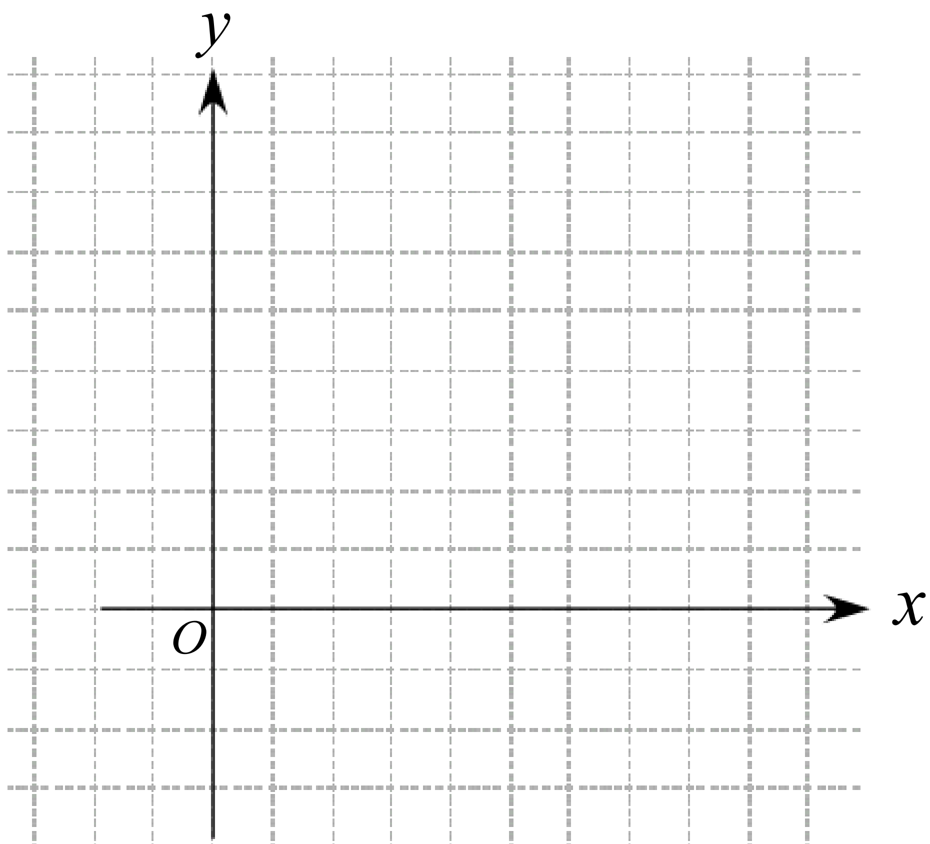
物理学基礎　問題集2019

～力学～

例題-01

ある歩行者が東に7km及び北に4km歩く。
合成変位を作図し、大きさを求めよ。
(1目盛は1km)



例題-02

x軸に沿って運動する質点 $t_1 = 1$[s]のとき $x_1 = 14$ [m]の位置にあり、

$t_2 = 3$ [s]のとき $x_2 = 4$ [m]の位置にある。

この時間における変位と平均速度を求めよ。

例題-03

x軸に沿って運動する質点が $v = 5 + 10t$ [m / s] に従って運動する。
この質点は $t = 0$ [s]における位置は 20 [m] である。

1. 加速度を時間 t の関数として表せ。
2. $t = 0$における質点の速度を求めよ。
3. 位置を t の関数として表せ。

例題-04

等速度運動と等加速度運動の変位と加速度を定義式から導け。
(但し、初期条件は $t=0$ で $x=0$ とする。)

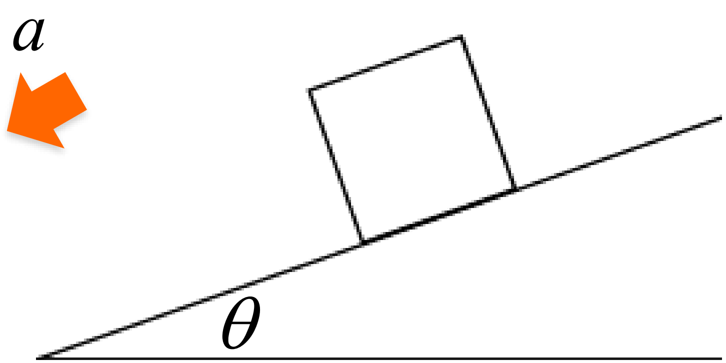
等速度運動 : $v=v_0$

等加速度運動 : $v=v_0+at$

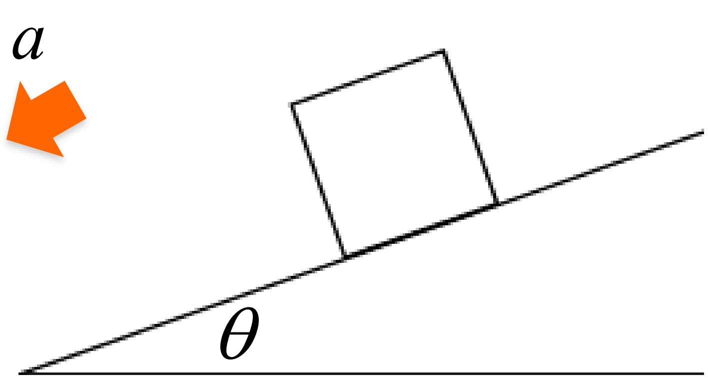
例題-05

それぞれの状態に置いて図に作用する力を書き込み、運動方程式を書け。

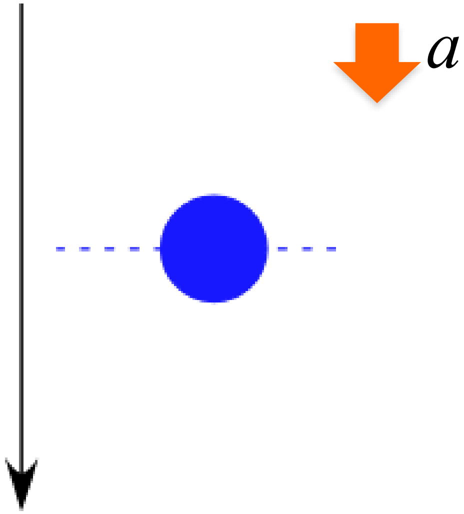
1. 質量 m の物体が斜面を滑り降りる (摩擦なし)



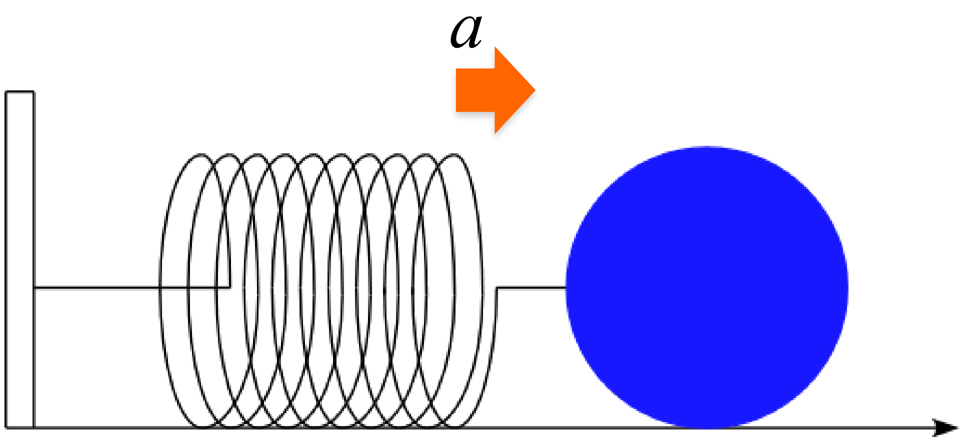
2. 質量 m の物体が斜面を滑り降りる (摩擦力 f あり)



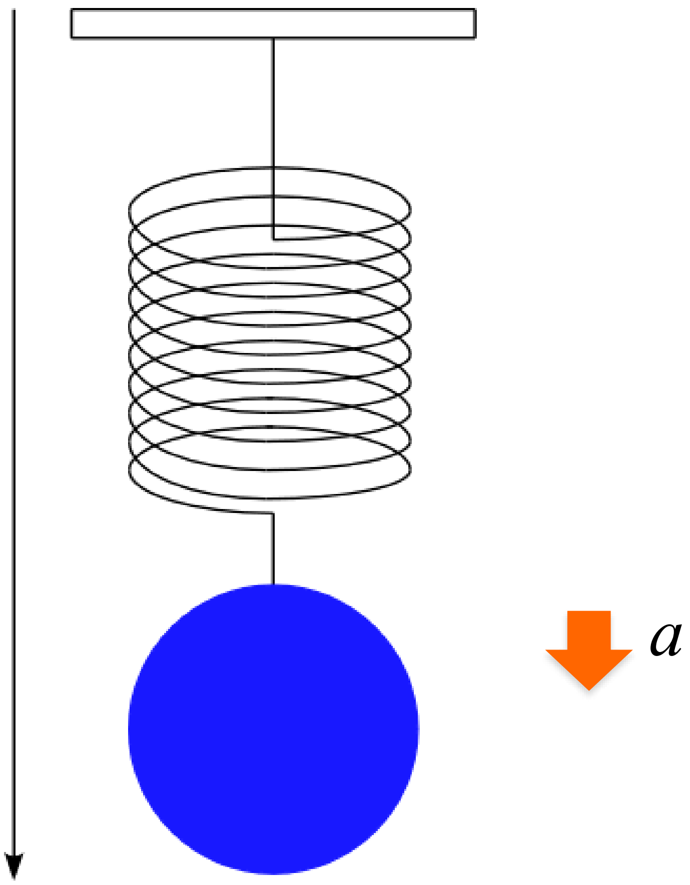
3. 質量 m 雨滴が落下する (空気の抵抗力の大きさは kv)



4. バネに質量 m の物体がついている (バネの復元力は f_s とし、床との摩擦なしとする)



5. バネに質量 m の物体がついている (バネの復元力は f_s とする)



例題-06

質量 m の質点が時間に依存する力 $F = kt^2$ を受けて運動している。
以下の問いに答えよ。
但し、$k > 0$, 定数とし、運動は一直線上の運動であるとする。

1. $t = 0$ から $t = t$ までの間の速度増加量 Δv を求めよ。

2. $t = 0$ から $t = t$ までの間の質点の移動距離 Δx を求めよ。
   (初速度を v_0 として用いてよい。)

例題-07

摩擦がある斜面を質量 m の物体がすべり降りる運動の運動を考える。以下の問に答えよ。
但し、動摩擦力は $f = \mu_k N$ として用いてよいとする。

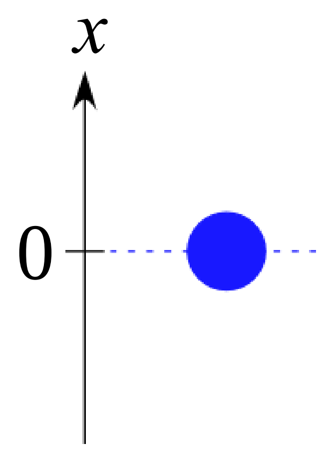
(1) 物体に作用する力を図に書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動の加速度 a を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。

例題-08

質量 m の物体を自由落下させる。
以下の問に答えよ。
但し、重力加速度はgとする。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式から導け。

例題-09

質量 m の物体を鉛直方向に初速度 v_0 で投げ上げる運動

1. この運動の運動方程式を記述せよ

2. 運動方程式から速度 $v(t)$ を導け

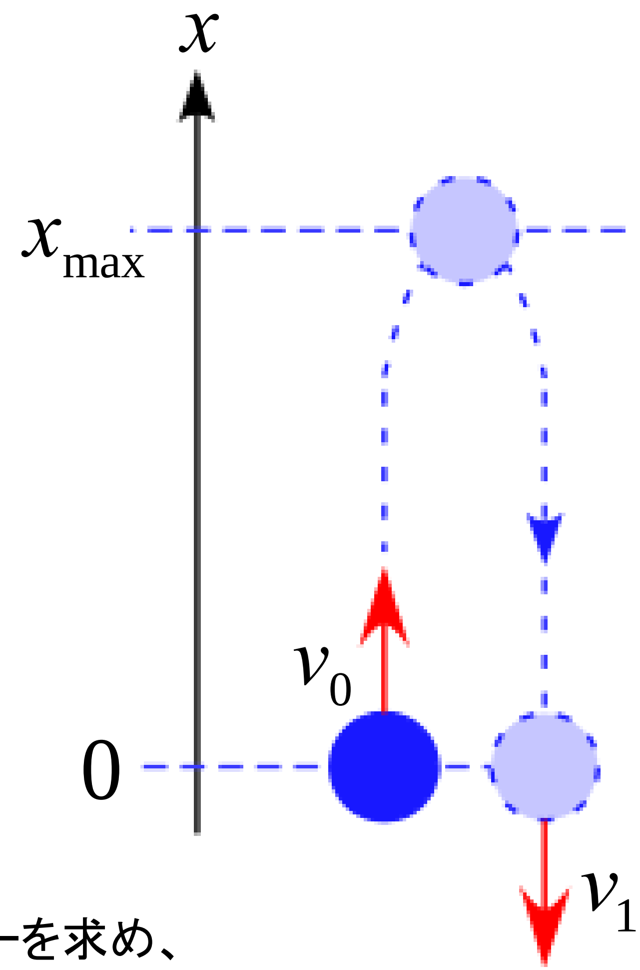
3. 運動方程式から変位 $x(t)$ を導け

4. 最高点に達する時刻 t_{max} を求めよ

5. 最高点の位置 x_{max} を求めよ

6. 再び戻ってきた時の速度 v_1 を求めよ

7. ある時刻 t での運動エネルギーと位置エネルギーを求め、
   その和が時間に寄らず一定であることを示せ

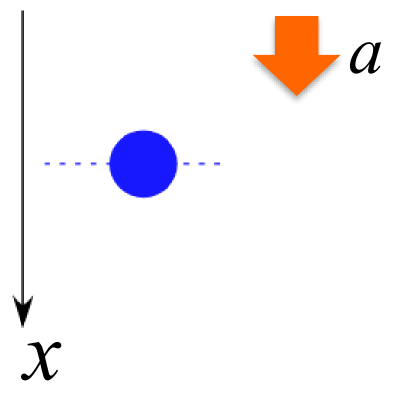


例題-10

質量 m 雨滴が落下する。

このとき、空気抵抗が働くものとし、その空気の抵抗力の大きさは kv とする。

以下の問に答えよ。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

運動方程式を解くと、速度 $v(t)$ は

$$v(t)=\frac{mg}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

となる。

(3) $v-t$ グラフを書け。

(4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。

例題-11

水平とθの角をなす斜面上に帆のついたそりを置き、そりが斜面に沿ってすべり落ちる運動を考える。
そりの質量をM, 動摩擦係数をμ, 重力加速度をg, とする。
そりには帆が張ってあり、そりの速さに比例した抵抗力がはたらくとする。
比例定数をk, として、以下の問いに答えよ

1. そりの速度が$v(t)$になったときのそりの加速度を$\alpha(t)$として、運動方程式を書け。

2. この運動の$v-t$グラフを書け。

3. そりが等速運動するようになったときの速度を求めよ。

例題-12

一定の加速度 α で上昇するエレベータがある。

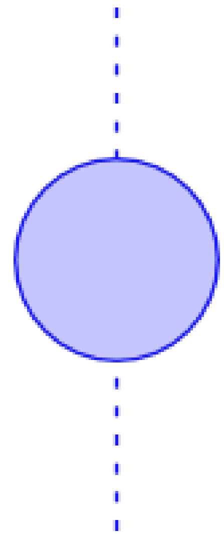
このエレベータ内で質点を原点から初速度 v_0 で鉛直方向に投げ上げたところ、t_0 秒後に再び原点に戻ってきた。以下の問に答えよ。

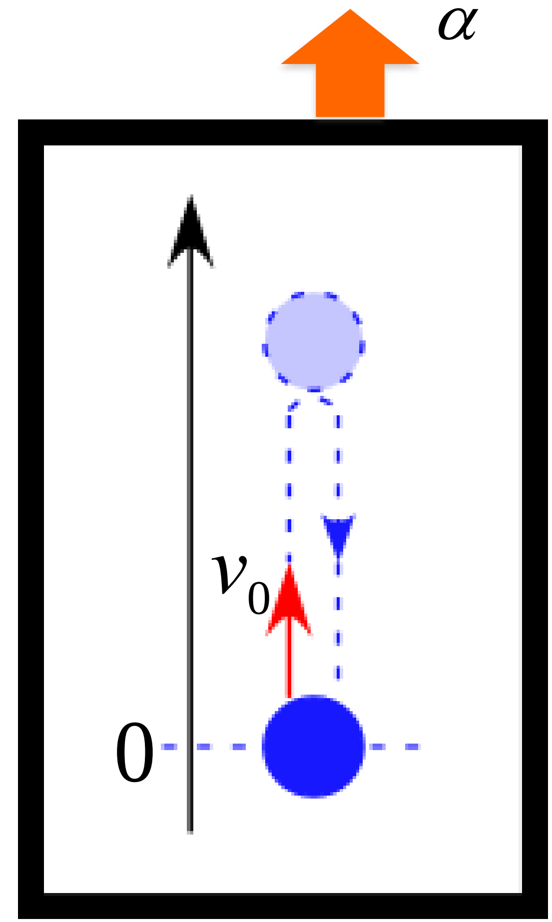
(但し、重力加速度は g として用いること)

1. 質点に作用する力を記入せよ。

2. この運動の運動方程式を書け。

3. エレベータの加速度を求めよ。





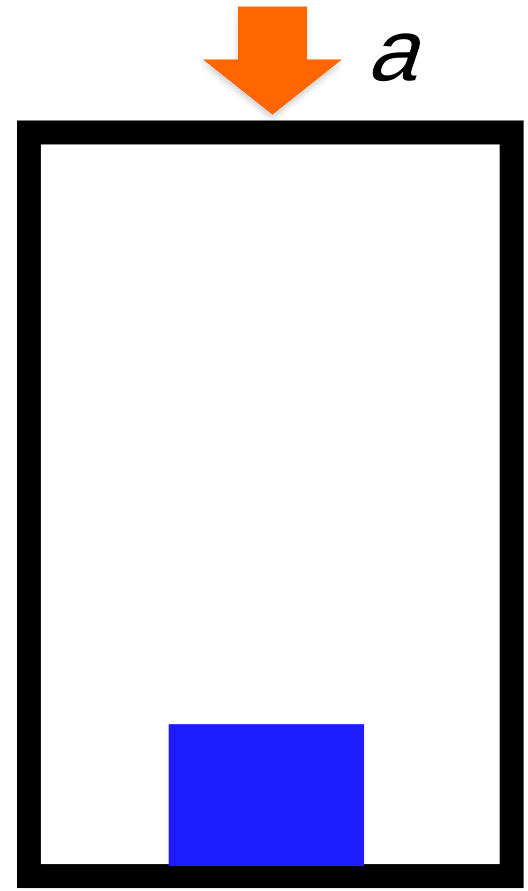
例題-13

一定の加速度 a で下降するエレベータがある。

このエレベータ内に質量 m の物体が床に置かれている。

以下の問に答えよ。(但し、重力加速度は g として用いること)

1. 物体に作用する力を記入せよ。



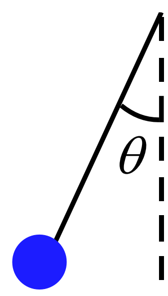
2. 物体が床から受ける垂直抗力 N を求めよ。

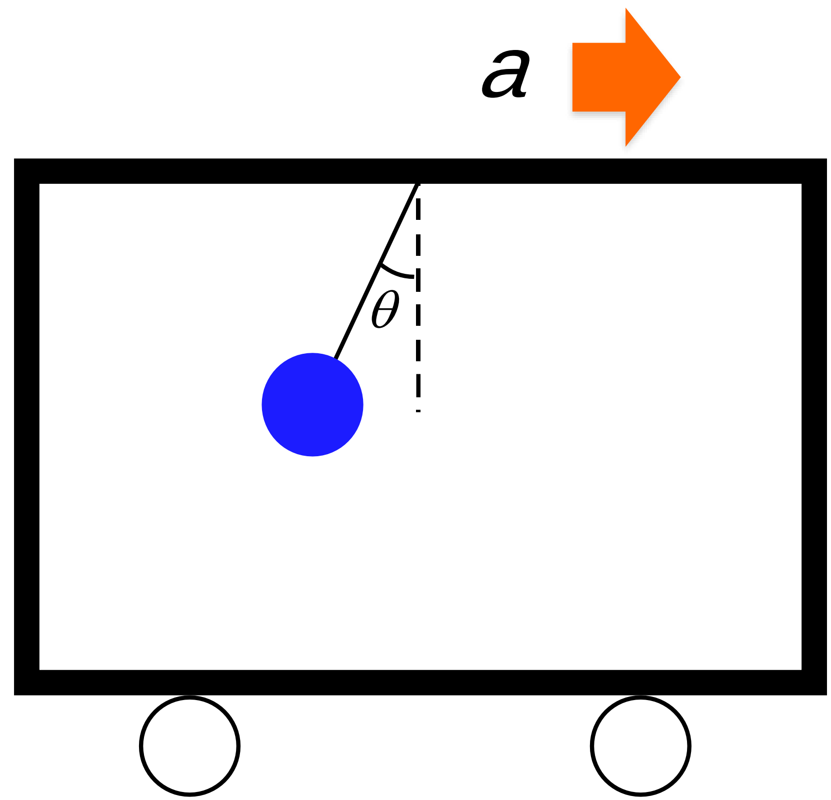
3. 物体が無重量になるための条件を求めよ。

例題-14

電車が一定の加速度 a で水平右向きに進んでいる。
この電車内に質量 m の物体を天井からつるしたところ
鉛直線と角度 θ をなして維持している。
以下の問に答えよ。(但し、重力加速度は g として用いること)

1. 物体に作用する力を記入せよ。





2. $\tan\theta$ を表せ。

3. 糸の張力 T を求めよ。

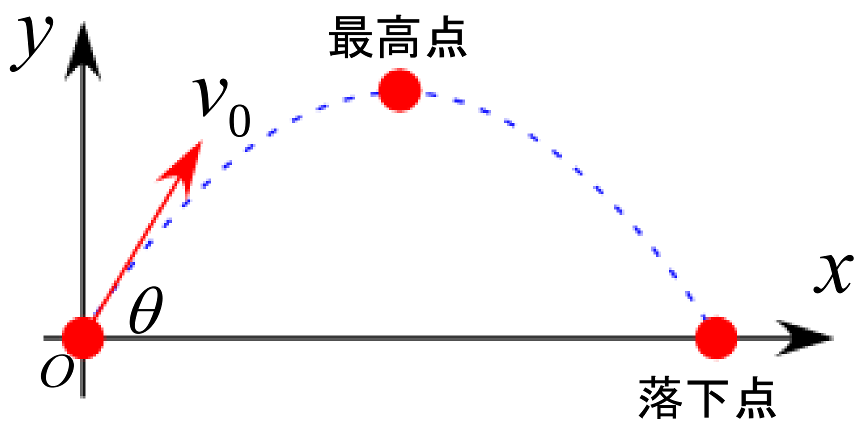
例題-15

質量 m の物体を斜めに投げる運動を考える

初速度 v_0 、水平面との角度 θ で投げたとする。

以下の問に答えよ。

(但し、重力加速度は g として用いること)



(1) 初速度を x, y 成分に分解し、図に書き込め。

(2) この運動の運動方程式を x, y 方向それぞれ記述せよ。

(3) 運動方程式から速度 $v_x(t), v_y(t)$ を計算せよ。

(4) 運動方程式から変位 $x(t), y(t)$ を計算せよ。

(5) 落下点に達する時刻 t_1 を求めよ。

(6) 落下点の位置 x を求めよ。

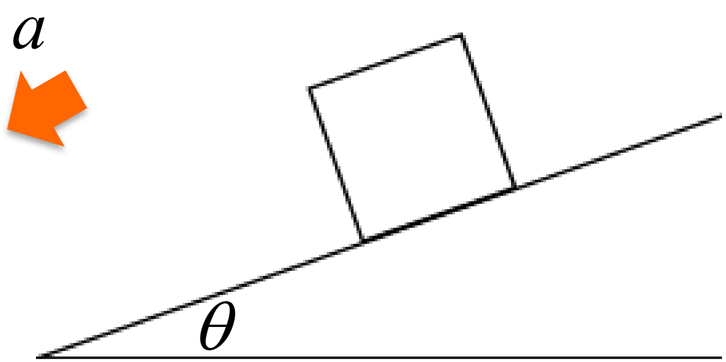
(7) 最高点に達する時刻 t_2 を求めよ。

(8) 最高点の座標 を求めよ。

(9) 飛距離最大となるための角度 θ_0 を求めよ。

例題-16

質量 m の物体が斜面を滑り降りる。(初速度は無いものとする)
斜面との摩擦力がない場合について以下の問に答えよ。



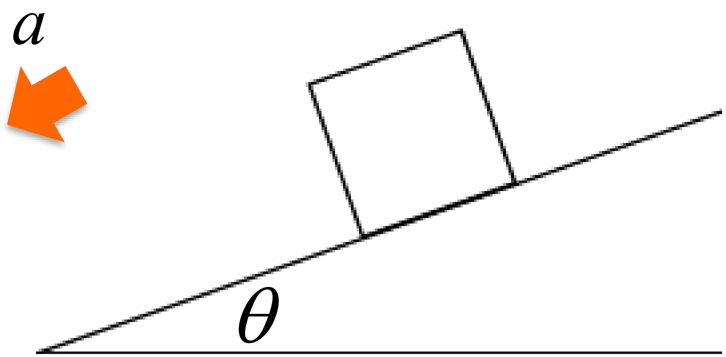
(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3)時間 t 後に物体が斜面を移動した距離を求めよ。

斜面との摩擦力f がある場合について以下の問に答えよ。

(動摩擦力 $f = \mu_k N$ として用いよ)



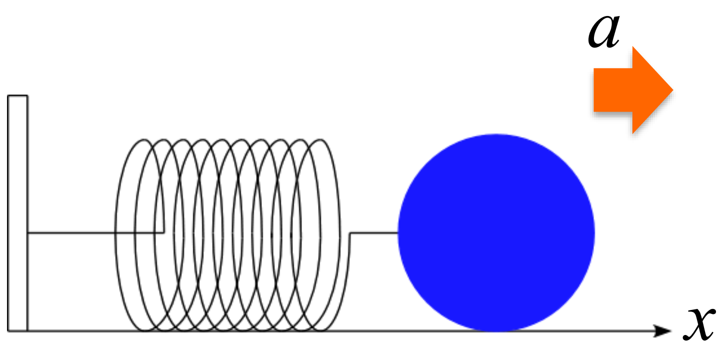
(4) 物体に作用する力を書き込め。

(5) この運動の運動方程式を記述せよ。

(6) この運動は等加速度運動であることを示せ。

例題-17

バネに質量 m の物体がついている。
バネ定数は k とし、床との摩擦なしとする。
以下の問に答えよ。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) バネを x_0 だけ縮めたときの弾性力による仕事を計算せよ。

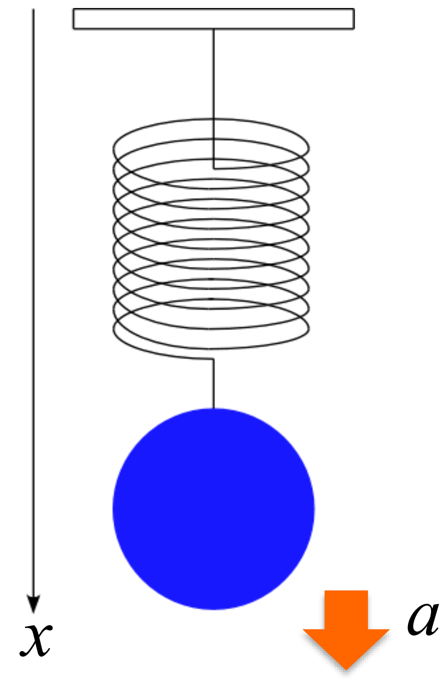
(4) バネの運動においてエネルギー保存則が成立していることを示せ。

続いて、同じバネを上から吊るした。

(5) 物体に作用する力を書き込め。

(6) この運動の運動方程式を記述せよ。

(7) この運動においてエネルギー保存則が成立していることを示せ。

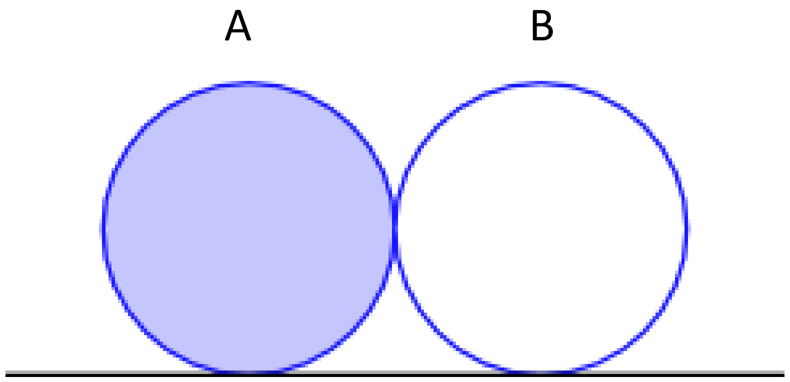


例題-18

２球の正面衝突を考える。

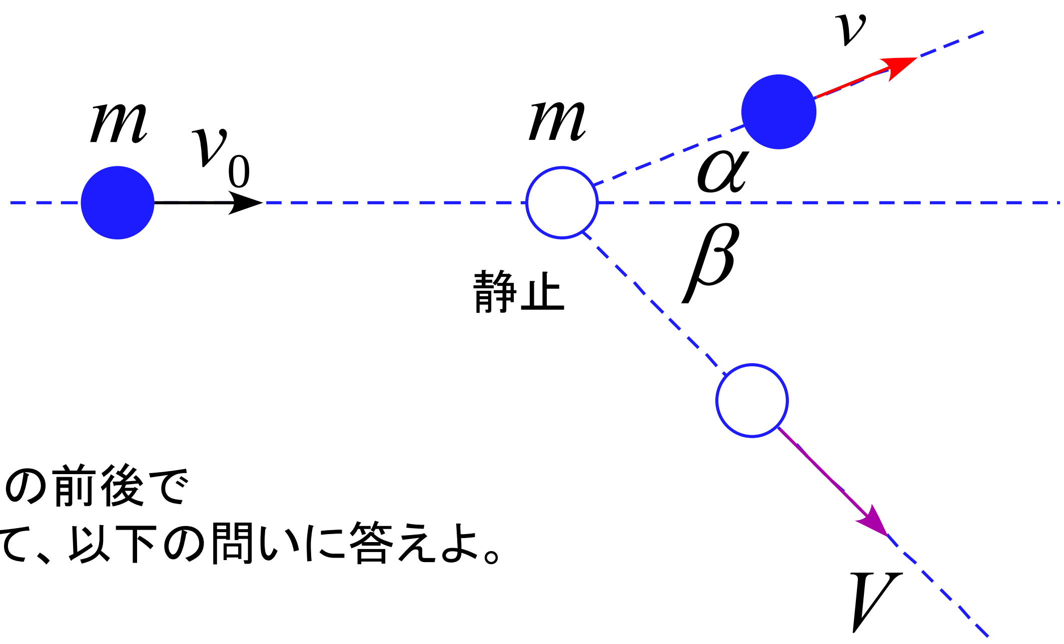
1. 衝突した瞬間の力を図に書き込め。

2. この運動で運動量が保存していることを示せ。



例題-19

斜衝突において、質量が同じであるとする。



衝突は弾性衝突であり、衝突の前後で
エネルギーは不変であるとして、以下の問いに答えよ。

1. 図の角 $\alpha+\beta$ を求めよ。

2. 速度比 $\dfrac{v}{V}$ を β を使って表せ。

例題-20

滑らかな水平面上で、後方に単位時間あたり m_0 の物質を噴出しながら運動する物体がある

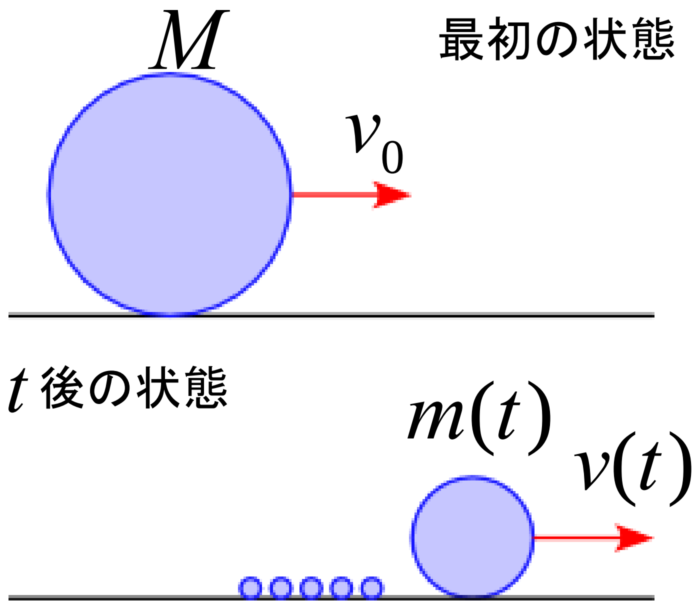
物体の初期質量を M 、初速度を v_0 とする

噴出物質の速度は常に 0 になるように噴出されるものとする

1. 時間 t 後の質量 $m(t)$ を記述せよ

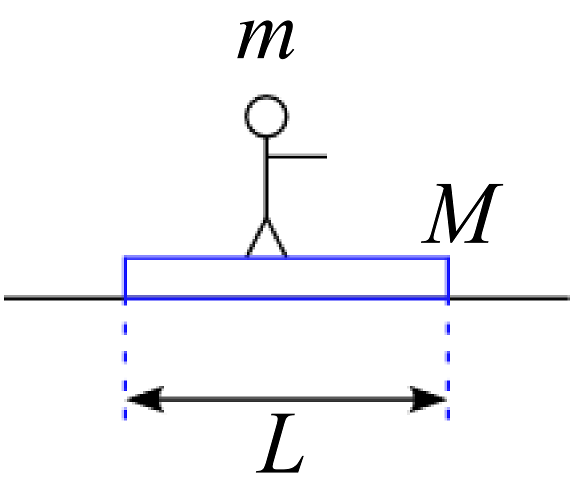
2. 時間 t 後の速度 $v(t)$ を求めよ

3. 時間 t 後の移動距離 $x(t)$ を求めよ



例題-21

滑らかな水平面上に質量 M 、長さLの板がある。
この板の上を質量 m の人が端から端まで歩くとする。



1. この運動に作用する力を図に書き込め。
   但し、板が人から受ける水平方向の力を Fとする。

2. この運動で人と板の運動方程式を書け。

   但し、板の変位 $x_1(t)$ 、人の加速度 $x_2(t)$とする。

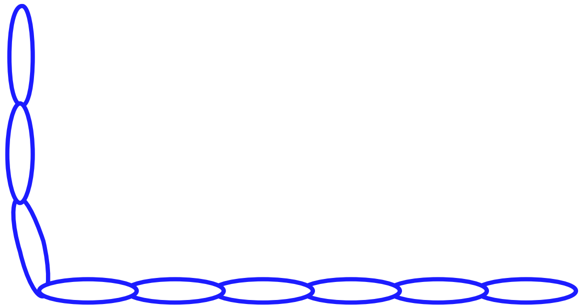
3. 初速度 $v_0 = 0$のとき、板の移動距離を求めよ。

例題-22

床の上に線密度 ρ の鎖が置いてある。
この鎖の端を持って鉛直に引き上げる運動を考える。
重力加速度を g として以下の問いに答えよ。

引き上げた部分の長さが x 、速度が v 、加速度が a となったとき

1. 引き上げた部分の質量 m を記述せよ。



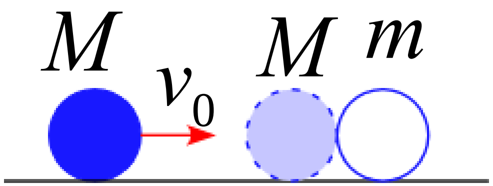
2. この時の運動方程式を記述せよ。

3. 引き上げる力 F の大きさを求めよ。

4. 一定の速度 v で引き上げる場合の力の大きさを求めよ。

例題-23

一直線上での質点の衝突を考える。
静止している質量mの質点に、質量Mの質点が
速度v_0で衝突する。
但し、反発係数は



$$-e=\frac{\text{衝突後の相対速度}}{\text{衝突前の相対速度}}$$

となることを利用してよい。
以下の問に答えよ。

(1) 質点 M の衝突後の速度 v_1 を求めよ。

(2) 質点 m の衝突後の速度 v_2 を求めよ。

(3) 質点 M が衝突後に跳ね返るための M,m,e 関係式を
記述せよ。

(4) $M=m, e=1$ のとき、どのような現象になるか記述せよ。

例題-24

単振動の一般解 $x(t) = A\sin\left(\omega t + \phi\right)$ **において、**
以下の初期条件を満たすような $x(t)$ **を求めよ。**

1. $x(0) = 0, v(0) = v_0$

2. $x(0) = x_0, v(0) = 0$

3. $x(0) = x_0, v(0) = v_0$

4. $x(t_1) = x_0, v(t_1) = 0$

例題-25

なめらかな水平面上に壁からバネが取り付けられている。
バネは自然長の状態で静止しているとする。
以下の問いに答えよ。

$t=0$ で初速度 v_0 を壁向きに与えると、物体は単振動をした。
物体の質量を m 、バネ定数を k とする。

1. 物体の運動方程式を記述せよ。

2. 物体の速度 $v(t)$ を求めよ。

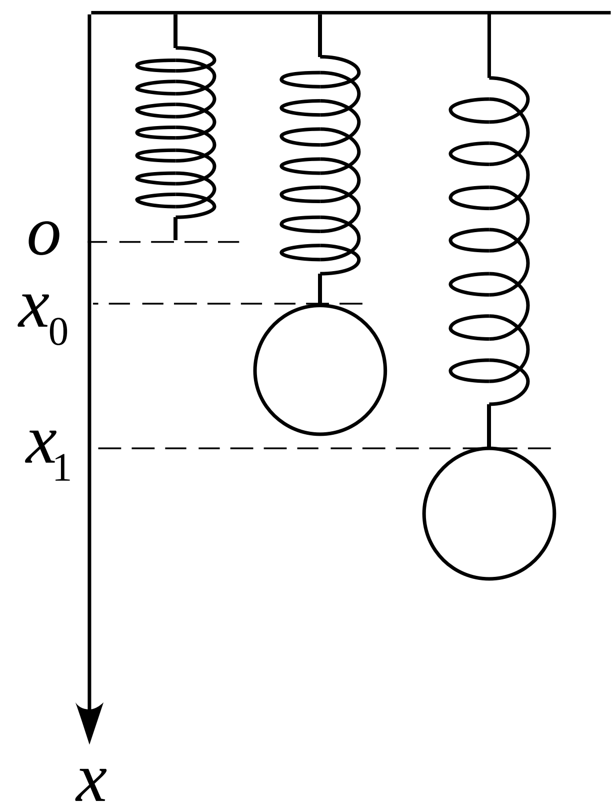
3. 物体の変位 $x(t)$ を求めよ。

4. 物体の加速度 $a(t)$ を求めよ。

5. $v(t), x(t), a(t)$ のグラフを横軸 t として描け。

例題-26

バネの片方を天井に固定し吊り下げた。このときのバネの下端を原点とする。
バネの下端に質量 m の物体を取り付けて静止させた。この位置を x_0 とする。
物体をそこからさらに x_1 の位置まで引き下げ、静かに離し振動させた。
この瞬間を $t=0$ とする。以下の問いに答えよ。



1. 物体の運動方程式を記述せよ。

2. 物体の速度 $v(t)$ を求めよ。

3. 物体の変位 $x(t)$ を求めよ。

例題-27

質量 m の物体が長さ L のひもにつるされている。
ひもをつるしている点を通る鉛直線を基準とし、振れ角 θ_0 で静かに手放した。
このときの位置を A とする。但し、$A \ll L$ である。
以下の問いに答えよ。

1. 物体の運動方程式を記述せよ。

2. 物体の運動は単振り子とみなせる。周期、振幅を求めよ。

3. 物体を手放した時刻を $t=0$ とすると、原点を初めて通過する時刻 t_1 を求めよ。

4. 物体の変位 $x(t)$ のグラフを横軸 t として描け。

例題-28

質点が単振動している。1周期についての運動エネルギーの平均値 $\overline{K}$と位置エネルギーの平均値 $\overline{U}$ を求め、これらが等しいことを示せ。

例題-29

質量 m の物体が長さ l のひもにつるされている。
ひもをつるしている点を通る鉛直線を基準とし、ひもの振れ角 θ を取る。
以下の問いに答えよ。

1. r **方向、**θ **方向の加速度を** a_r, a_θ **としたとき、**
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

2. 一般的に、平面極座標において

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \qquad a_\theta = 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

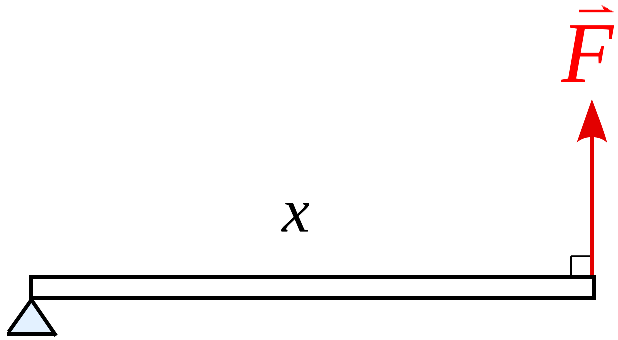
と表すことができる。
振れ角 θ が十分小さいときの周期 T を求めよ。

3. 物体を θ_0 まで傾け、$t=0$ で離したとする。
振れ角 $\theta(t)$ と、糸の張力 S を求めよ。
但し、θ_0 は十分に小さな角度であるとする。

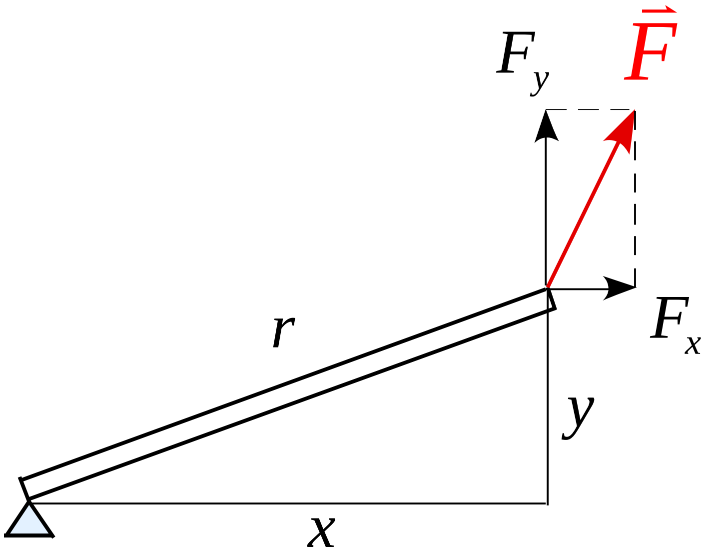
例題-30

以下の図の力のモーメント N を表せ。但し、棒の質量は無視できるとする。

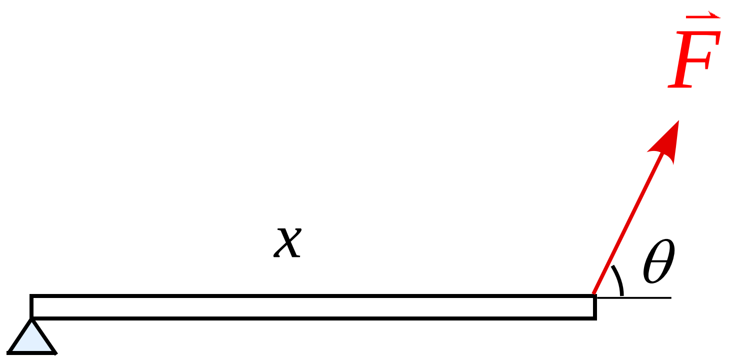
1.



3.



2.



例題-31

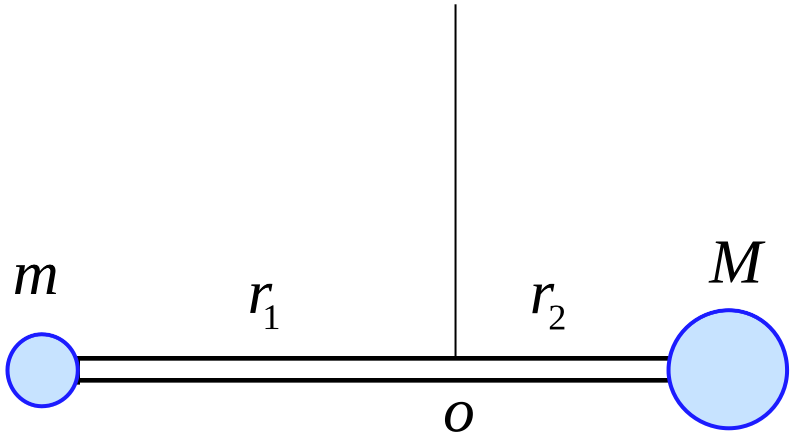
軽い棒の両端に質量 m の物体と質量 M の物体が図のように取り付けられていて点 o で糸につるされている。
この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。

1. 棒に作用する力を書き込め。

2. 棒の運動方程式を記述せよ。

3. 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

4. 棒が回転しない条件 $\dfrac{r_1}{r_2}$ を求めよ。



例題-32

図のような長さ L の棒の両端に質量 m の質点と質量 M の質点が取り付けられ、糸でつるさている。

この棒が回転しない条件を考えたい。以下の問いに答えよ。

1. 棒の質量が十分に軽く無視できる場合

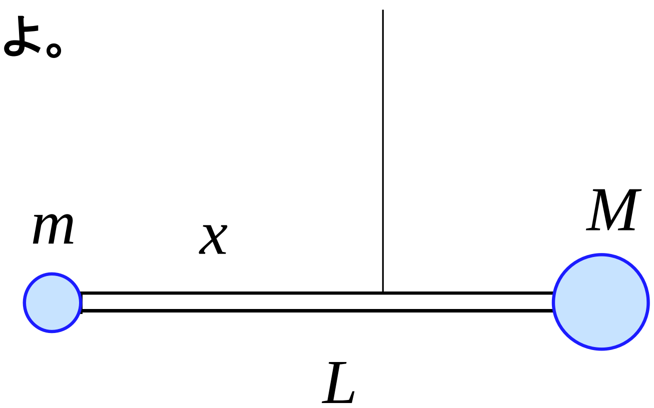
(1) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(2) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。

2. 棒の質量が m の場合

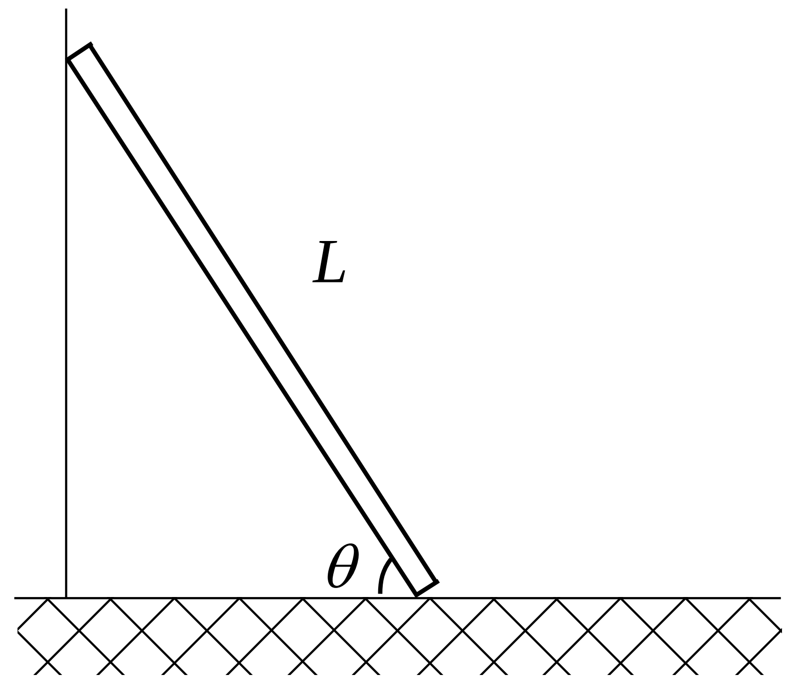
(1) 棒の回転の運動方程式を記述せよ。

(2) 棒が動かないための糸をつるす位置 x を求めよ。



例題-33

図のような長さ L、質量 m の棒が鉛直の壁に立てかけられている。
壁は滑らかであるが、床は粗いとする。
床と棒とのなす角 θ を小さくすると、棒は滑り出してしまう。
滑り出す直前の角 θ_0 の条件 $\tan\theta_0$ を求めよ。
但し、静止摩擦係数は μ を用いよ。



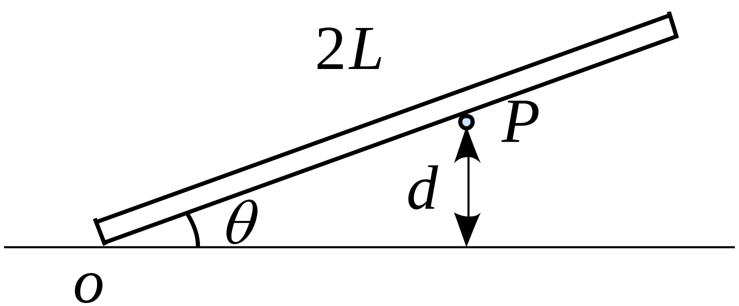
例題-34

粗い水平面上に一端を点 o に置き、点 Pに設置された釘に立てかけてある長さ$2L$の棒がある。棒と水平面のなす角はθ、水平面から釘までの高さはdであるとする。棒全体の質量は mとして以下の問いに答えよ。

1. 棒に作用する力を書き込め。

2. 床と棒との垂直抗力をN摩擦力を f 、釘からの垂直抗力を N'としたとき運動方程式を記述せよ。

3. 回転の運動方程式を記述せよ。



4. 水平面と接している点 Oにおける $\dfrac{f}{N}$ を求めよ。

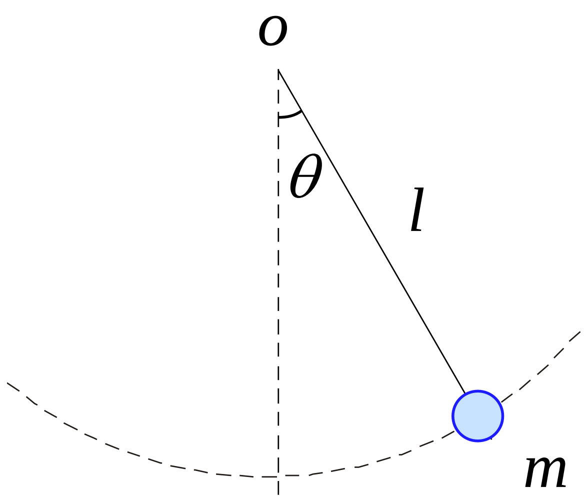
例題-35

質量 m の質点が xy 平面で半径 r_0 の円運動をしている。
$t=0$ で $(x, y)=(r_0, 0)$ にあり、反時計まわりに角速度 ω で回転するとする。

1. 運動量 $\vec{p}=(p_x, p_y)$ を求めよ。

2. この運動における質点の角運動量 $\vec{L}$ を求めよ。

例題-36



図のような単振り子において、振れ角を θ としたとき、
回転の運動方程式から

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$$

となることを示したい。以下の問いに答えよ。

1. 質点の速さを v としたとき、点 o まわりの角運動量を表せ。

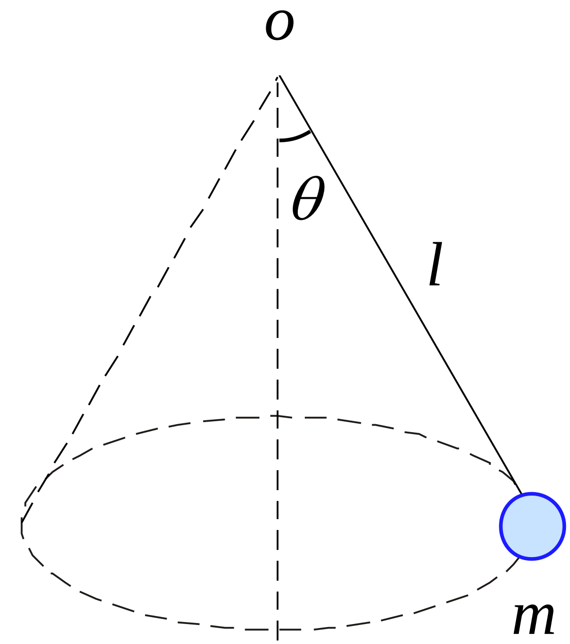
2. 点 O まわりの力のモーメントを求めよ。

3. 回転の運動方程式を記述せよ。

4. 題意の式を導け。

例題-37

図のような円錐振り子のモデルを考える。
糸の長さは l 、物体の質量は m である。
物体は水平面内で円運動していて、糸と鉛直線のなす角は θ であるとする。以下の問い に答えよ。



1. 水平面に垂直な軸を取り、運動方程式を記述せよ。

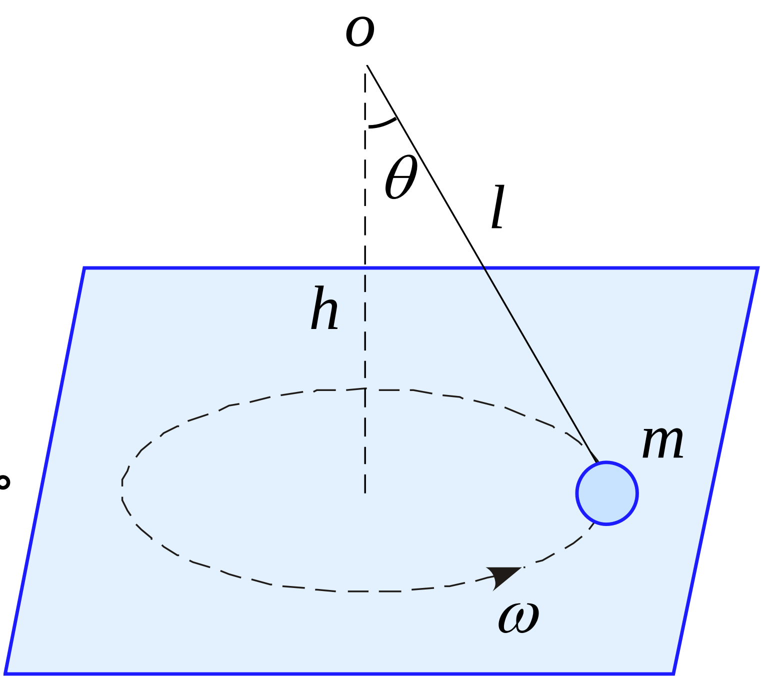
2. r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

3. 一般的に、平面極座標において

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \qquad a_\theta = 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

と表すことができる。
糸の張力 S 、物体の速さ v 、回転の周期 T を求めよ。

例題-38



図のような円錐振り子のモデルを考える。
糸の長さは l 、物体の質量は m である。
物体は水平面上で角速度 ω の円運動している。
糸は水平面から高さ h の地点に設置されている。
水平面は滑らかで摩擦は無視できるとする。
以下の問いに答えよ。

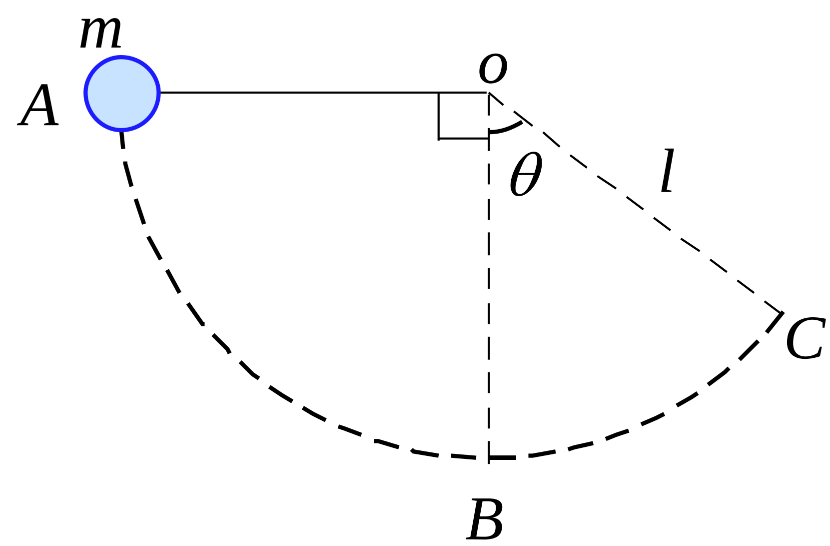
1. 水平面に垂直な軸を取り、運動方程式を記述せよ。

2. r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、
   それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

3. 糸の張力 S 、水平面からの垂直抗力 N を求めよ。

4. 角速度 ω が ω_0 を超えると水平面から離れる。ω_0 を求めよ。

例題-39



図のような円運動のモデルを考える。
糸の長さは l 、物体の質量は m である。
物体を水平の状態にして放し、円運動する。
糸と鉛直線のなす角を θ であるとする。
以下の問いに答えよ。

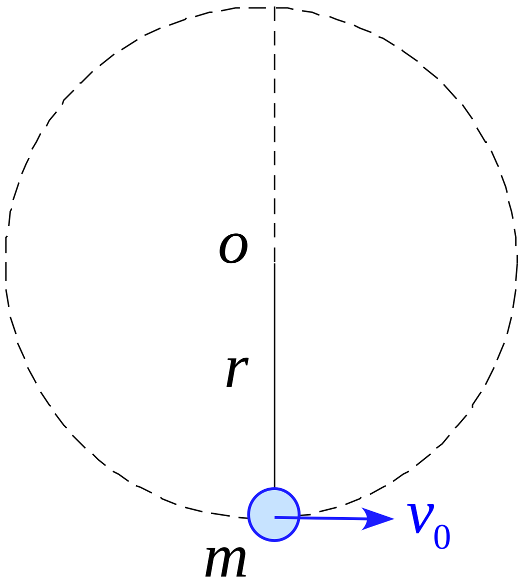
1. r **方向、** θ **方向の加速度を** a_r, a_θ **としたとき、**
それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

2. 最下点 B **での糸の張力** T_B **を求めよ。**

3. 点 C **での糸の張力** T_C **を求めよ。**

例題-40

図のような円運動のモデルを考える。
糸の長さは r 、物体の質量は m である。
物体を水平の状態にして放し、円運動する。
糸と鉛直線のなす角を θ であるとする。
最下点で初速 v_0 を与えたとき
以下の問いに答えよ。

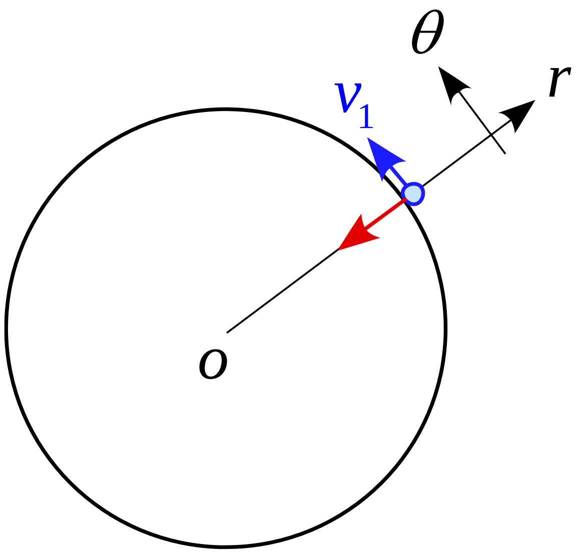


1. r 方向、θ 方向の加速度を a_r, a_θ としたとき、
   それぞれの方向の運動方程式を記述せよ。

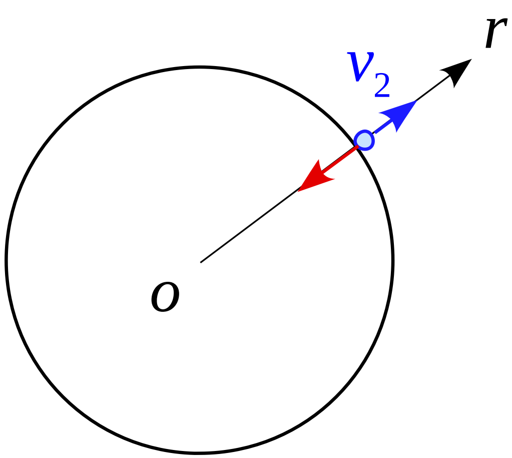
2. 物体が1回転するために必要な初速 v_0 の条件を求めよ。

例題-41

地球の半径を R、地球の質量 M、万有引力定数を G として
以下の問いに答えよ。



地球の表面上で物体に水平方向に初速度 v_1 を与えた。
すると物体は地表すれすれに円運動した。
v_1 を求めよ。

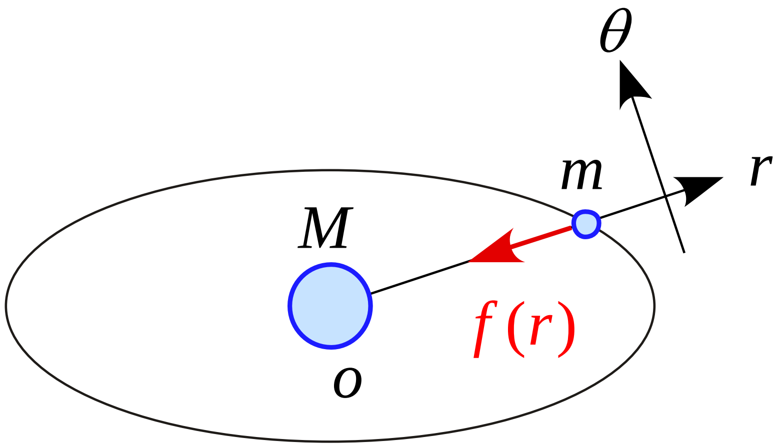


地球の表面上で物体に上空方向に初速度 v_2 を与えた。
すると物体は無限遠方に飛び去った。
このような運動をする為の v_2 の条件を求めよ。
但し、エネルギー保存則が成立するモデルとする。

例題-42

極座標における運動方程式

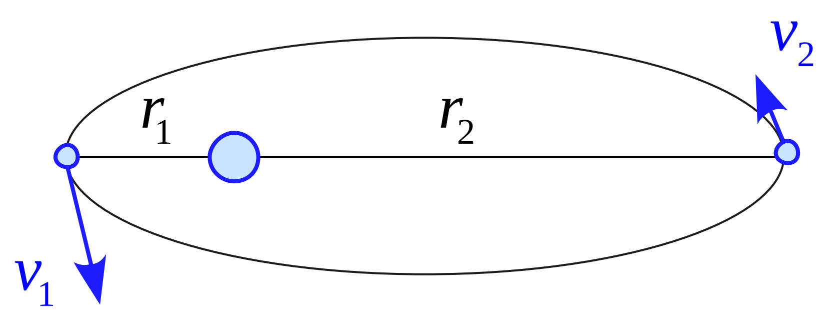
$$m\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]=-G\frac{Mm}{r^2}$$



より、力学的エネルギー保存則を導け。

例題-43

質量 m の惑星が質量 M の太陽のまわりを楕円軌道上で運動している。
近日点 r_1 での速さを v_1 遠日点 r_2 での速さを v_2 とする。
万有引力定数を G として以下の問いに答えよ。



1. 角運動量から v_1, v_2, r_1, r_2 の関係式を求めよ。

2. 面積速度を求め、v_1, v_2, r_1, r_2 の関係式を求めよ。

3. 近日点と遠日点でのエネルギーの関係を記述せよ。